

収差と開口能率の解析的な関係と その応用

永井 誠, 今田 大皓 (筑波大学)

第16回 ミリ波サブミリ波受信機ワークショップ
2016年3月8日

1. 収差を考える必要性

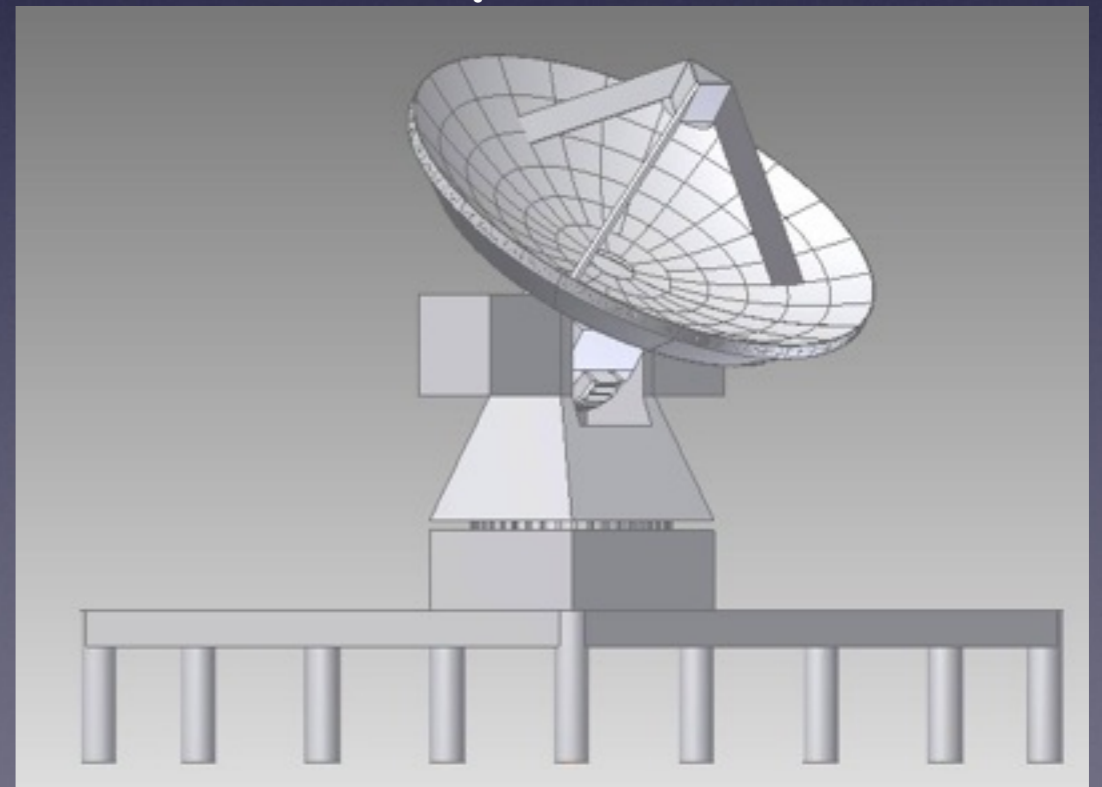
❖ 近年の宇宙電波観測の計画・提案

✓ 観測波長

- ・ より短い波長へ (200 μm 程度まで)

✓ 掃天観測が中心

- ・ 南極 10 m 望遠鏡 (筑波大)
 - ・ Cerro Chajnantor Atacama Telescope (Cornell Univ. など)
 - ・ Large Submillimeter Telescope (国立天文台など)
- ✓ 視野 1° ないしはそれ以上が要求されている



南極 10 m 望遠鏡

2. 電波望遠鏡の特徴と指標

❖ 望遠鏡の役割

- ✓ 天体からの電波を集める
- ✓ 検出器まで導く
- ✓ 検出する

❖ 光学的な特徴

- ✓ **波動性**がみえる

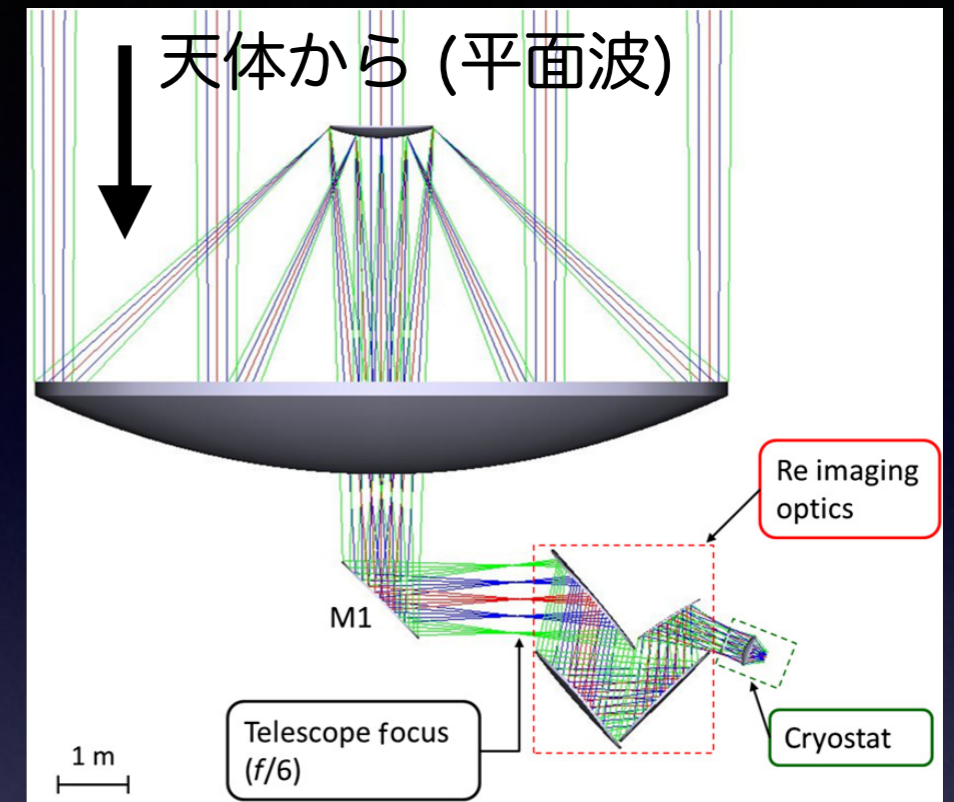
- 回折 (周波数の関数) を評価する必要がある

- ✓ 検出器に**感度の方向依存性**がある

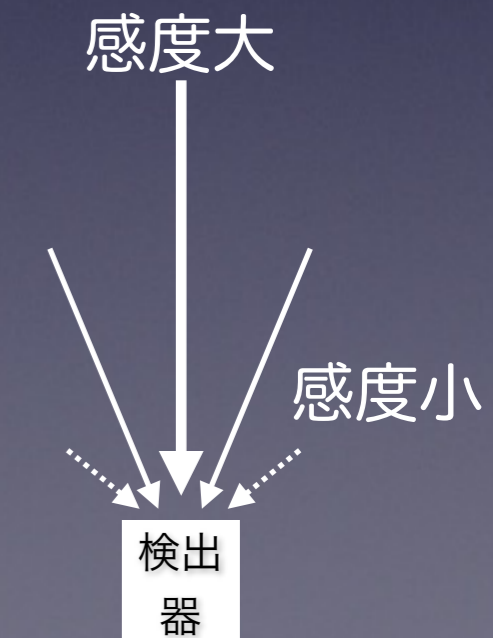
- 特定の方向の電磁波を検出する

❖ **開口能率**

- ✓ 天体からの電場と検出器の感度の関数



Tsuzuki+, JATIS, 1(2), 025002 (2015)



3. 開口能率を振り返る

❖ 開口能率の本質は何か？

- ✓ 入射側のspillover
- ✓ 天体からの電場と検出器感度の一致具合

• coupling

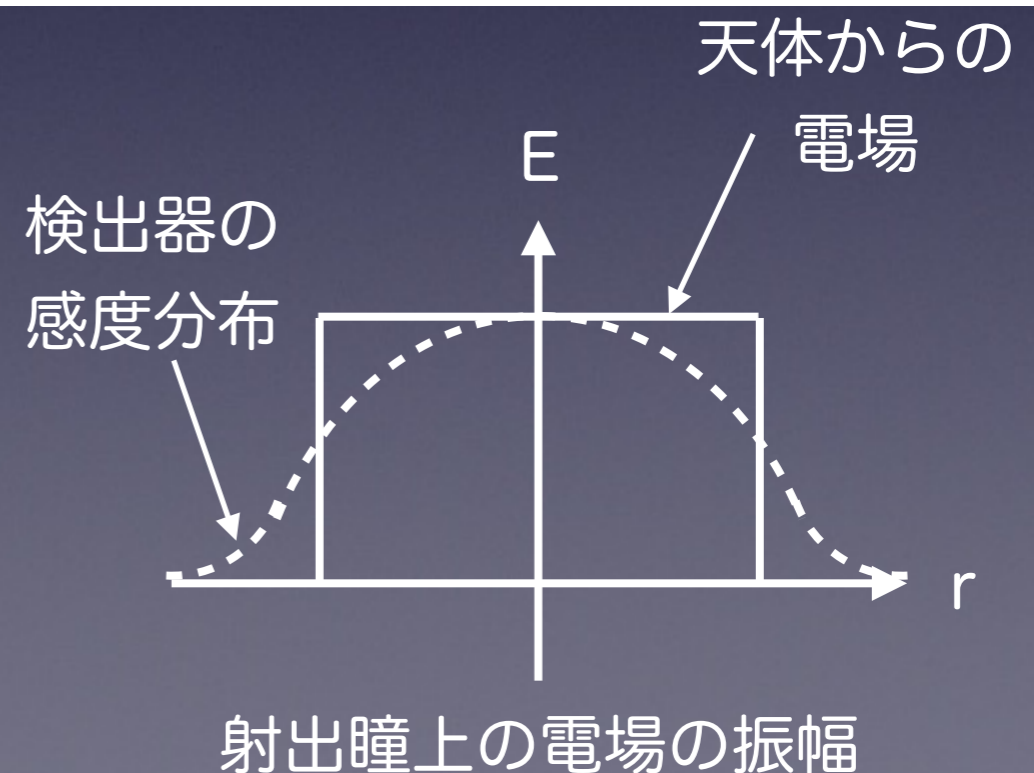
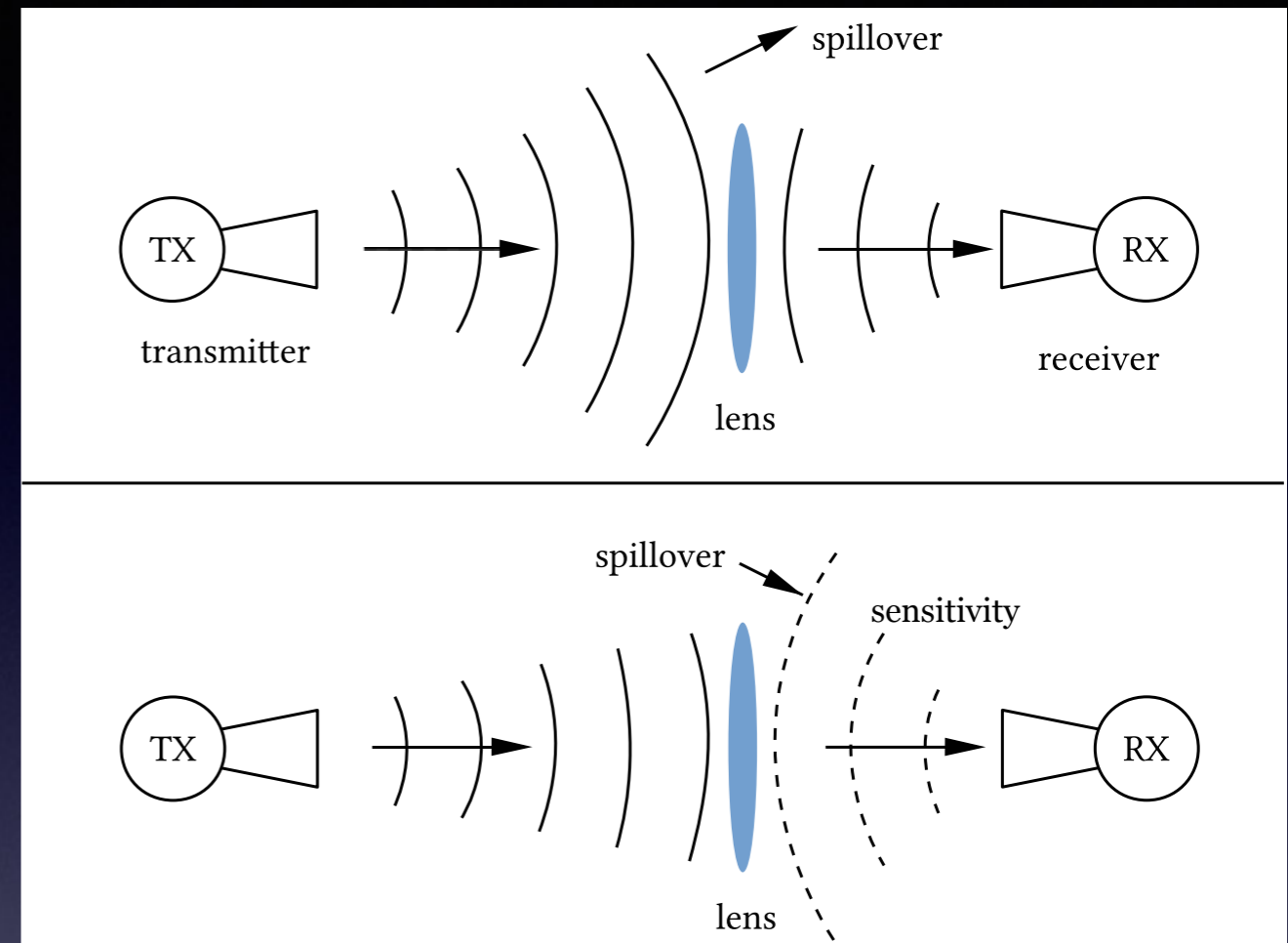
- ✓ 受信機側のspillover

❖ 値を評価する場所

- ✓ 入射瞳と射出瞳

❖ 瞳？

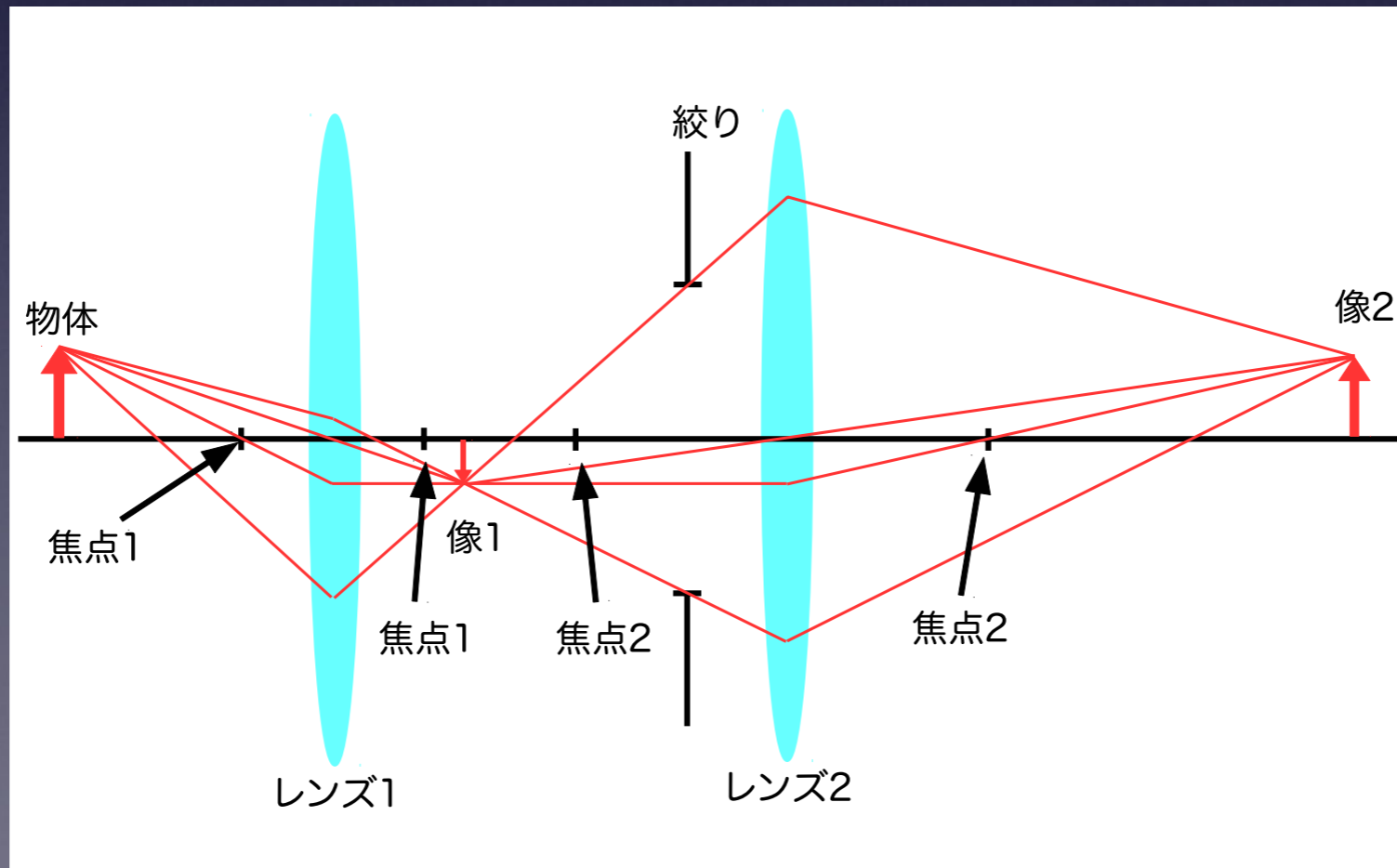
- ✓ 光学系の性質を決める重要な場所



4. 瞳

❖ 重要な概念・・・瞳

✓ 絞りの像と定義される

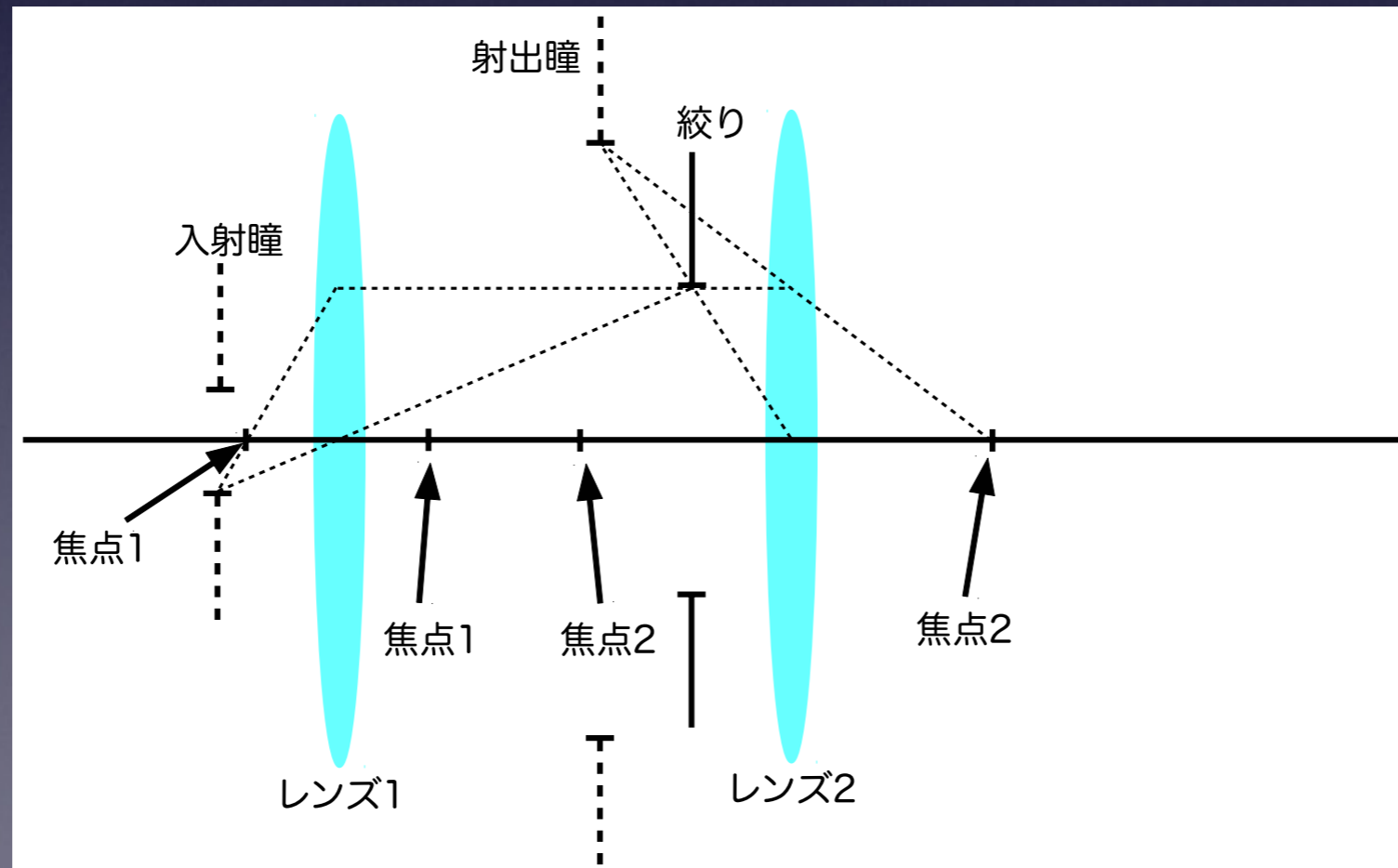


4. 瞳

❖ 重要な概念・・・瞳

✓ 絞りの像と定義される

- ・ 物体側から見た瞳 (入口)・・・入射瞳
- ・ 像側から見た瞳 (出口)・・・射出瞳



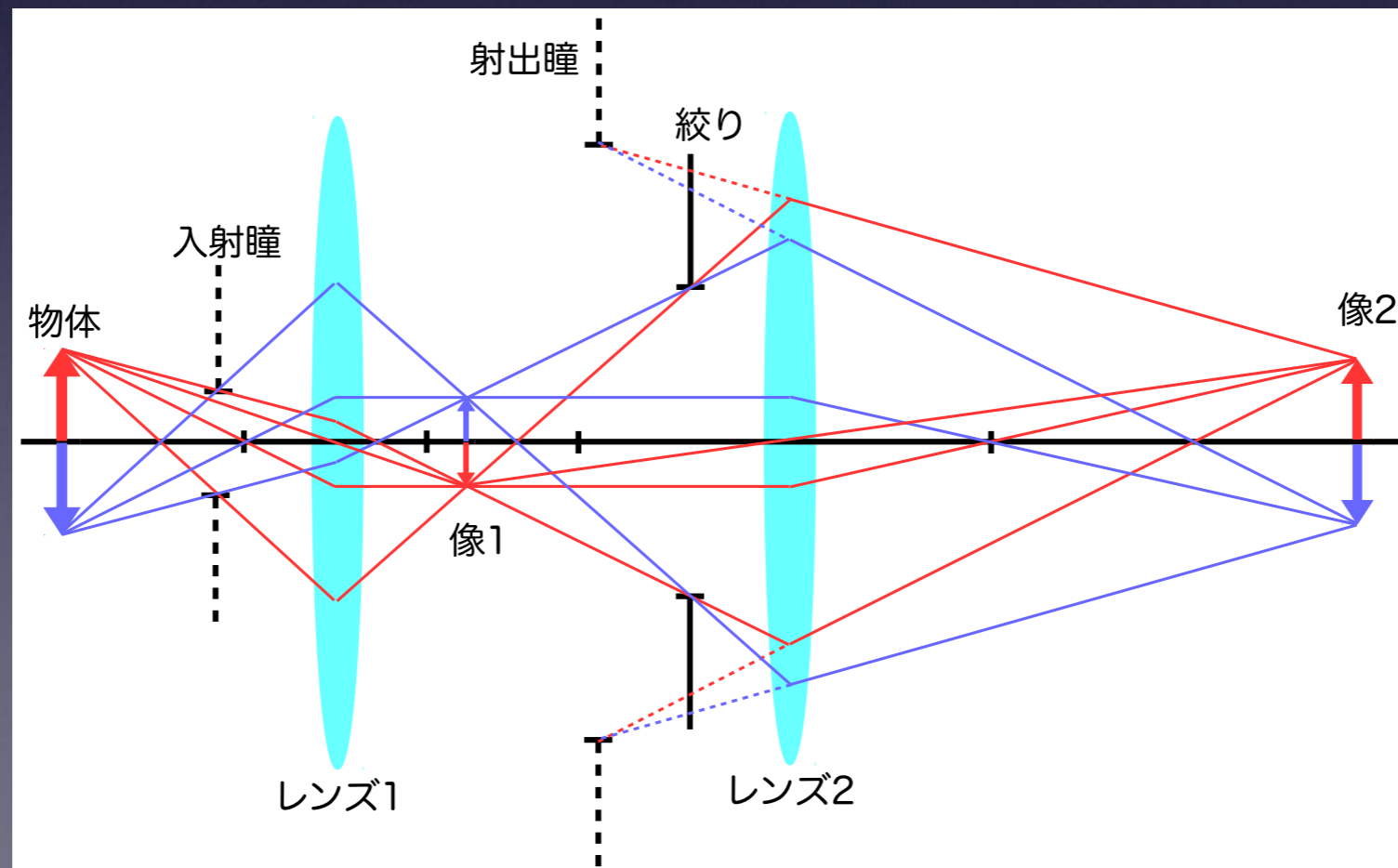
4. 瞳

❖ 重要な概念・・・瞳

✓ 絞りの像と定義される

- ・ 物体側から見た瞳 (入口)・・・入射瞳
- ・ 像側から見た瞳 (出口)・・・射出瞳

→ 通過する光線 (電磁波) を規定する



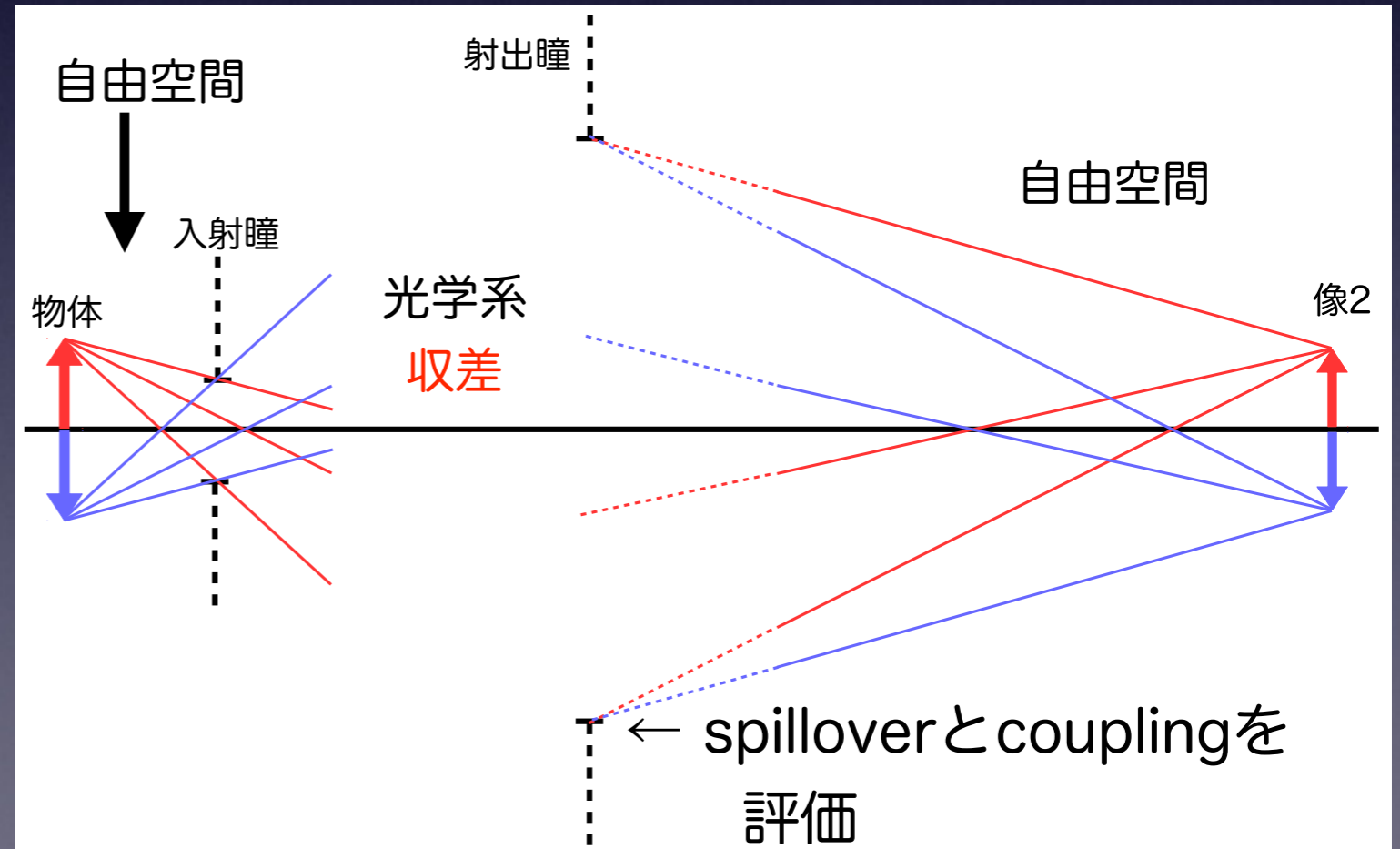
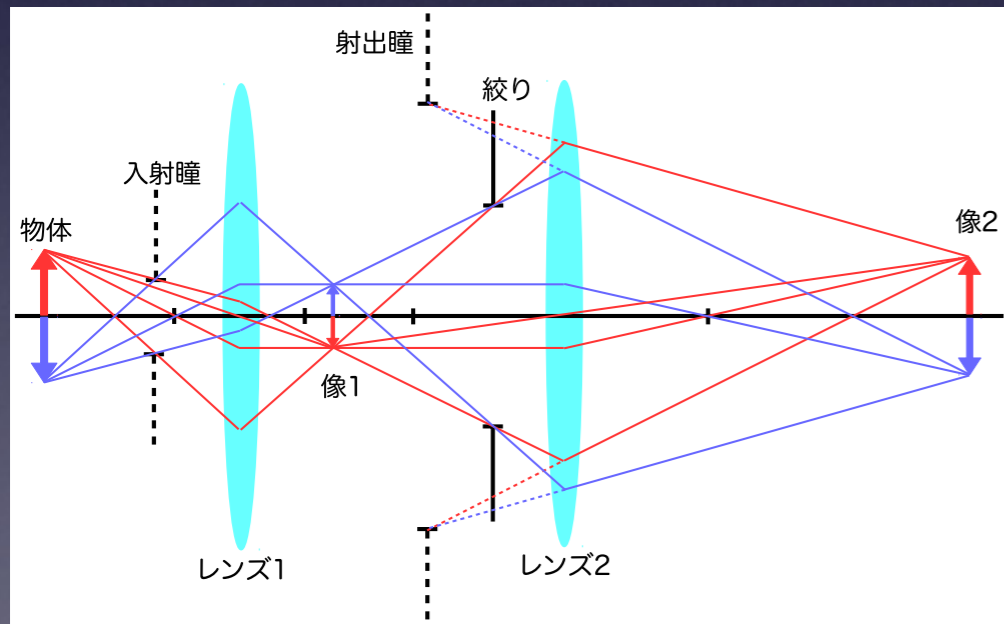
4. 瞳

❖ 入射瞳の前、射出瞳の後ろ

✓ 自由空間の伝搬として扱う

❖ 入射瞳と射出瞳の間

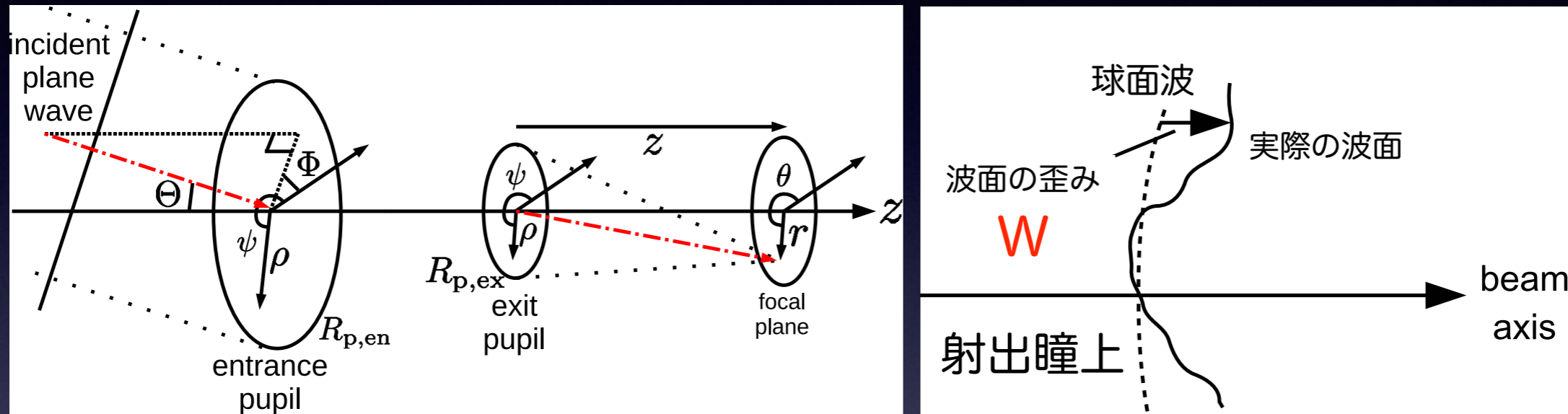
✓ 屈折/反射が起こる、収差が発生する



5. 開口能率の計算

❖ 計算方法 (今田D論, Imada & Nagai in prep.)

✓ 信号に乗った波面の歪みの記述 @ 射出瞳



✓ Zernike (環状) 多項式 Z_n^m で展開

・ 単位円内で定義される正規直交多項式

$$W(\hat{\mathbf{p}}; \boldsymbol{\rho}; \mathbf{r}_{\text{ref}}) = A_1^1(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}})Z_1^1(\boldsymbol{\rho}; \varepsilon) + B_1^1(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}})Z_1^{-1}(\boldsymbol{\rho}; \varepsilon)$$

結像位置の
前後のずれ

$$+ A_2^0(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}})Z_2^0(\boldsymbol{\rho}; \varepsilon) + A_2^2(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}})Z_2^2(\boldsymbol{\rho}; \varepsilon)$$

$$+ B_2^2(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}})Z_2^{-2}(\boldsymbol{\rho}; \varepsilon) + A_3^1(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}})Z_3^1(\boldsymbol{\rho}; \varepsilon)$$

$$+ B_3^1(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}})Z_3^{-1}(\boldsymbol{\rho}; \varepsilon) + A_4^0(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}})Z_4^0(\boldsymbol{\rho}; \varepsilon).$$

結像位置の焦点
面内のずれ

非点収差

コマ収差

球面収差

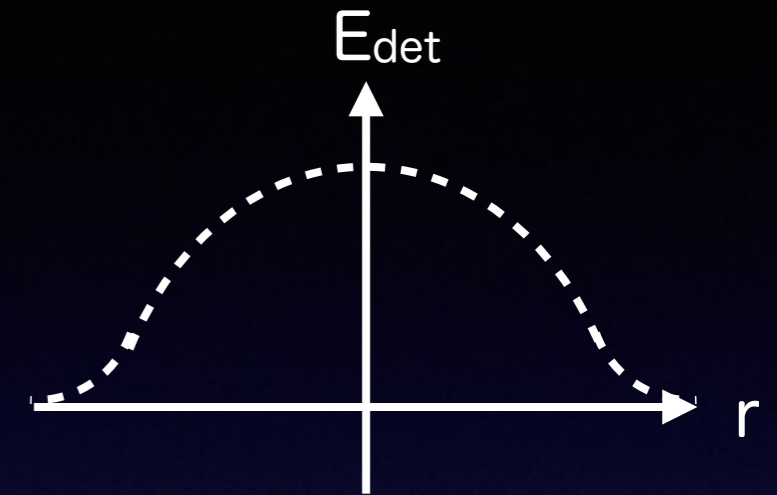
5. 開口能率の計算

❖ 計算方法

✓ 射出瞳の内側の検出器の感度分布

- 同様にZernike多項式 Z_p^q で展開

$$E_{\text{det}}(\boldsymbol{\rho}; \mathbf{r}_0) = \sum_{p,q} D_p^q(\mathbf{r}_{\text{ref}}; \mathbf{r}_0; w_0) Z_p^q(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\varepsilon})$$



射出瞳上の感度分布

❖ 開口能率 = spillover(入) X coupling X spillover(出)

✓ 天体からの信号と検出器の感度分布の結合

- $A_n^m D_p^q$ と $B_n^m D_p^q$ の和で書けると予想

→ 実際に収差の情報を持つ A_n^m , B_n^m と感度の情報を持つ D_p^q で書き下すことに成功

5. 開口能率の計算

❖ 感度分布が軸対称の場合

開口能率

従来

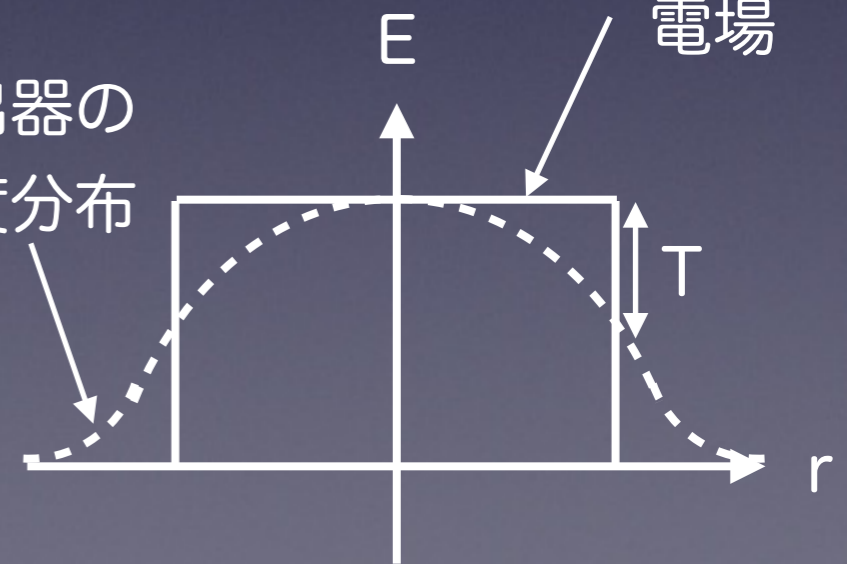
$$\begin{aligned}
 \eta_A = & 2T \left| D_0^0 + jk \left(A_2^0 D_2^0 + A_4^0 D_4^0 \right) \right. \\
 & - \frac{k^2}{2} \left[\left(D_0^0 + \frac{D_2^0}{\sqrt{3}} \right) (A_1^1)^2 + 2\sqrt{2} \left(\frac{D_2^0}{\sqrt{3}} + \frac{D_4^0}{\sqrt{5}} \right) A_1^1 A_3^1 \right. \\
 & + \left(D_0^0 + \frac{D_2^0}{5\sqrt{3}} + \frac{D_4^0}{\sqrt{5}} + \frac{9D_6^0}{5\sqrt{7}} \right) (A_3^1)^2 + \left(D_0^0 + \frac{2D_4^0}{\sqrt{5}} \right) (A_2^0)^2 \\
 & + \left(\frac{4D_2^0}{\sqrt{5}} + \frac{6\sqrt{15}D_6^0}{5\sqrt{7}} \right) A_2^0 A_4^0 + \left. \left(D_0^0 + \frac{2\sqrt{5}D_4^0}{7} + \frac{6D_8^0}{7} \right) (A_4^0)^2 \right. \\
 & \left. + \left(D_0^0 + \frac{\sqrt{3}D_2^0}{2} + \frac{D_4^0}{2\sqrt{5}} \right) (B_2^2)^2 \right] \Bigg|^2 \quad (44)
 \end{aligned}$$

収差

天体からの

電場

検出器の
感度分布



射出瞳上の電場の振幅

- ✓ Tは感度分布の広がりを表す
- ✓ kは波数
- ✓ 従来使われていたのは 1 項目
- 2項目以降が収差の影響

5. 開口能率の計算

❖ 収差打ち消しの条件

✓ 球面収差

- 検出器位置の縦方向の移動で相殺

$$A_2^0(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}}) = -\frac{D_4^0(T)}{D_2^0(T)} A_4^0(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}}), \rightarrow \text{検出器の移動量}$$

✓ コマ収差

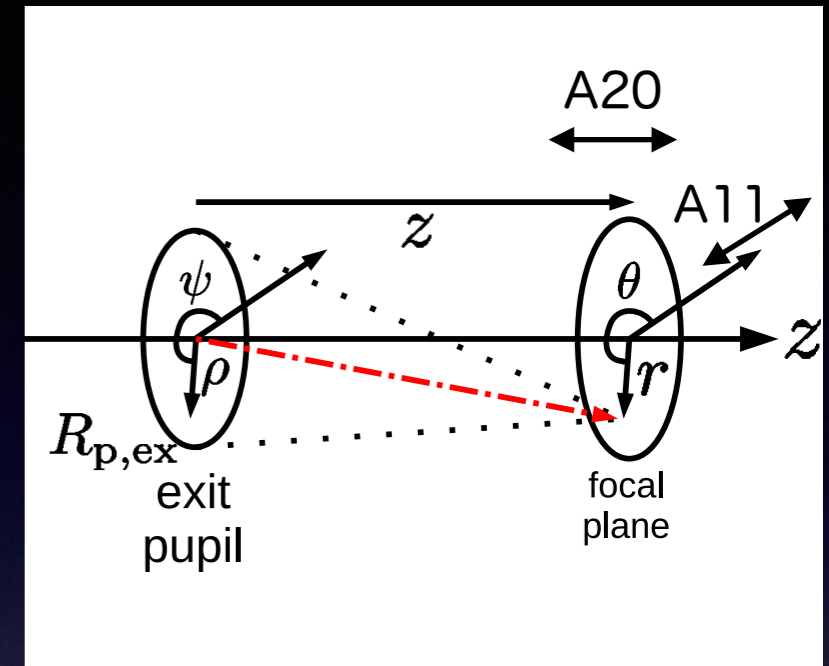
- 検出器位置の横方向の移動で低減

$$A_1^1(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}}) = -\frac{\sqrt{10}D_2^0(T) + \sqrt{6}D_4^0(T)}{\sqrt{15}D_0^0(T) + \sqrt{5}D_2^0(T)} A_3^1(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{r}_{\text{ref}}). \rightarrow \text{検出器の移動量}$$

cf. 幾何光学の打消し条件

❖ 数値計算で検証

✓ GRASP8



$$\begin{aligned} \eta_A = 2T & \left| D_0^0 + jk \left(A_2^0 D_2^0 + A_4^0 D_4^0 \right) \right|^2 && \text{球面収差相殺} \\ & - \frac{k^2}{2} \left[\left(D_0^0 + \frac{D_2^0}{\sqrt{3}} \right) (A_1^1)^2 + 2\sqrt{2} \left(\frac{D_2^0}{\sqrt{3}} + \frac{D_4^0}{\sqrt{5}} \right) A_1^1 A_3^1 \right. && \text{コマ収差低減} \\ & \left. + \left(D_0^0 + \frac{D_2^0}{5\sqrt{3}} + \frac{D_4^0}{\sqrt{5}} + \frac{9D_6^0}{5\sqrt{7}} \right) (A_3^1)^2 + \left(D_0^0 + \frac{2D_4^0}{\sqrt{5}} \right) (A_2^0)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{4D_2^0}{\sqrt{5}} + \frac{6\sqrt{15}D_6^0}{5\sqrt{7}} \right) A_2^0 A_4^0 + \left(D_0^0 + \frac{2\sqrt{5}D_4^0}{7} + \frac{6D_8^0}{7} \right) (A_4^0)^2 \right. \\ & \left. + \left(D_0^0 + \frac{\sqrt{3}D_2^0}{2} + \frac{D_4^0}{2\sqrt{5}} \right) (B_2^2)^2 \right]^2 && (44) \end{aligned}$$

5. 開口能率の計算

❖ 数値的な検証

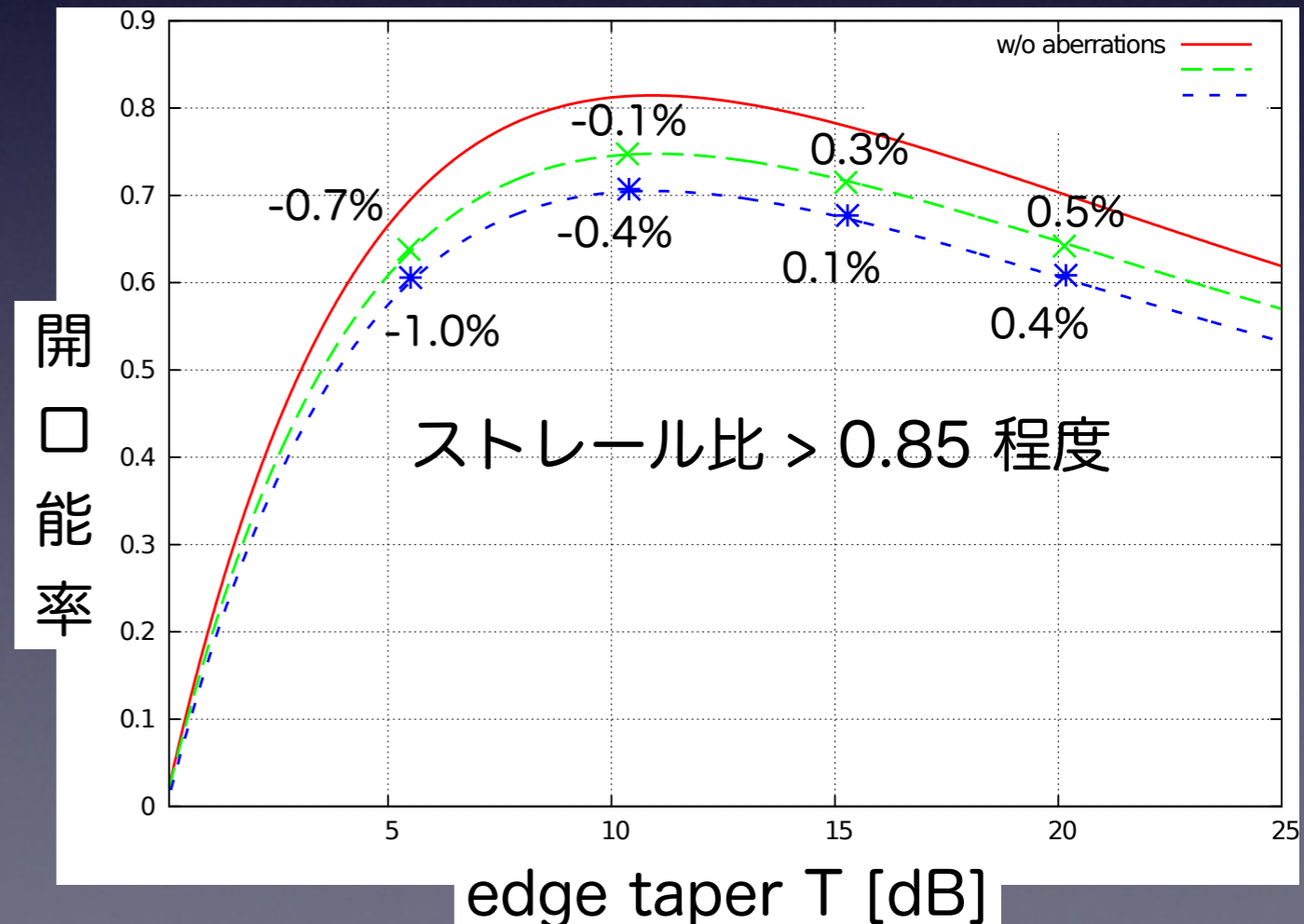
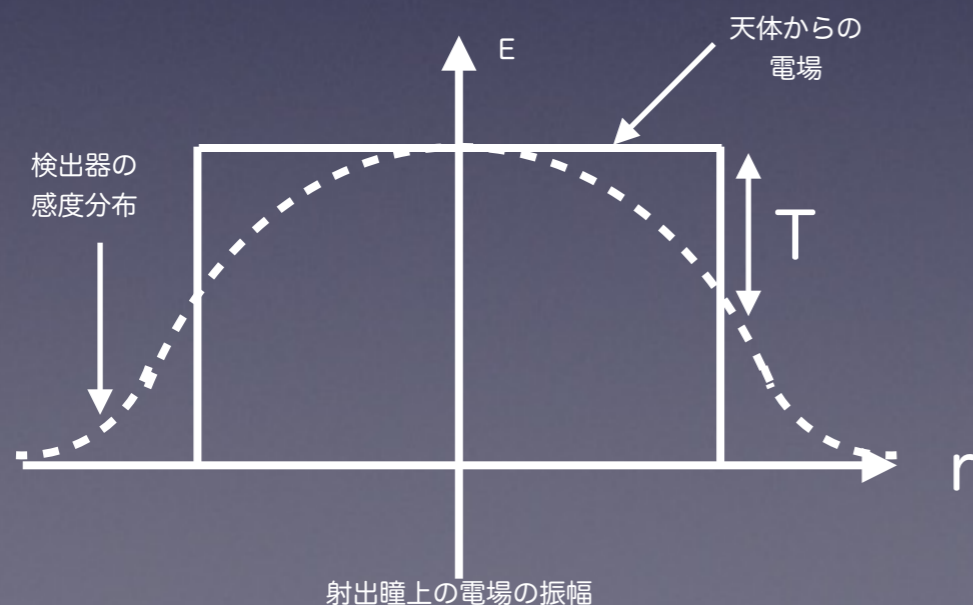
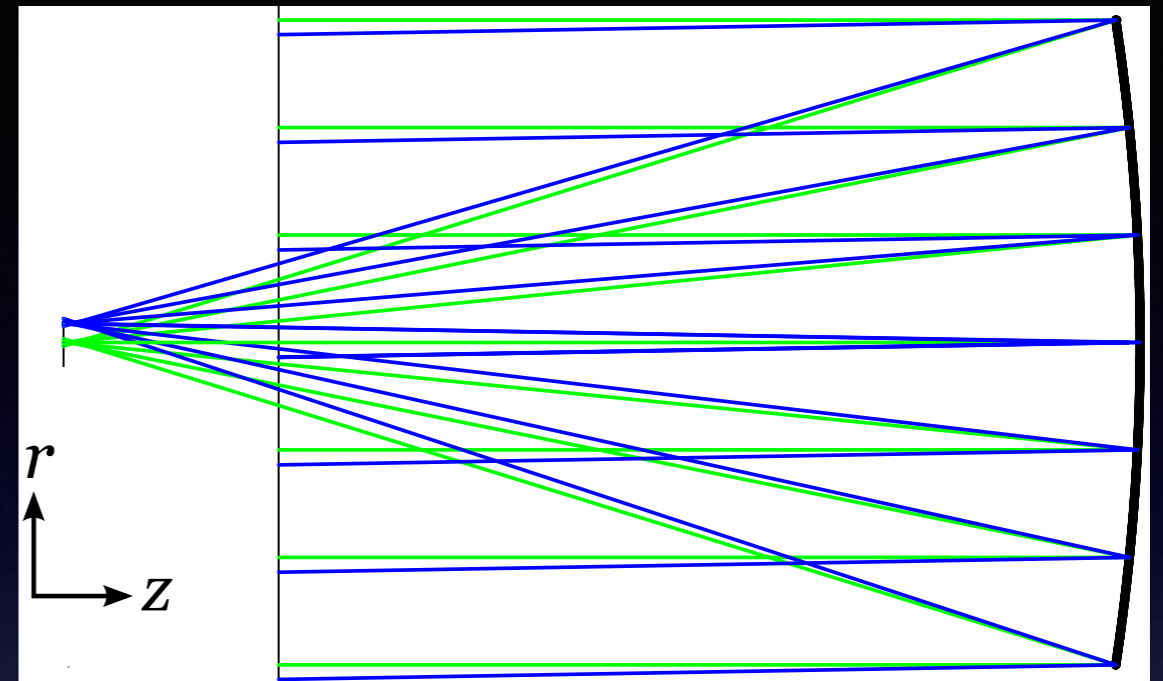
✓ 球面鏡 1 枚の系

❖ 結果

✓ 赤: 収差なし

✓ 緑: 視野中心 (球面収差)

✓ 青: 斜め入射 1°
(球面、コマ、非点収差)



6. 応用

❖ 光線追跡を最大限に活用できる！！！！

✓ 設計時

- ・ 光学系の最適化 (ホーンありき)
- ・ 検出器の感度分布の最適化 (光学系ありき)

✓ 性能評価

- ・ ビームパターン (またはPSF) の予測

✓ 公差解析

- ・ 何万通りもの光学素子の変位を短時間に全て評価できる

✓ その他

- ・ ホログラフィなどの結果の予測

まとめ

❖ 開口能率

- ✓ 2つのspilloverとcouplingから成る
- ✓ couplingは天体からの電場と検出器感度の関数
- ✓ 瞳で計算すべき量

❖ 特に射出瞳で計算した場合

- ✓ 光線追跡で得られる波面の展開係数を使える
 - Zernike多項式
- ✓ 検出器の感度分布もZernikeで展開
 - 解析的な表示が可能になった
 - 収差が小さければ、高精度

❖ 様々な応用ができる計算方法

今田 s133093@u.tsukuba.ac.jp まで